**Eigenschaften von Erwartungswerten**

1. Transformationen:
   Sei $g(x)$ eine reelle Funktion. Dann gilt für $Y = g(X)$
   $$E(Y) = E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx\,.$$
2. Lineare Transformationen:
   Für $Y = aX + b$ ist
   $$E(Y) = E(aX + b) = aE(X) + b\,.$$
3. Symmetrische Verteilungen:
   Ist die Dichte $f(x)$ symmetrisch um den Punkt $c$, d.h. ist $f(c-x) = f(x+c)$ für alle $x$, so gilt
   $$E(X) = c\,.$$
4. Additivität:
   Für zwei Zufallsvariablen $X$ und $Y$ ist
   $$E(X + Y) = E(X) + E(Y)\,.$$
5. Allgemeiner gilt mit beliebigen Konstanten $a_1, \ldots, a_n$
   $$E(a_1X_1 + \ldots + a_nX_n) = a_1E(X_1) + \ldots + a_nE(X_n)\,.$$

*Linearität*
*Additivität*

Diese Eigenschaften erleichtern oft die Berechnung von Erwartungswerten. Die Eigenschaften $2, 4$ und $5$ nennt man zusammen *Linearität* und *Additivität* des Erwartungswertes.

**Beispiel 6.3** **Stetige Gleichverteilung**

Sei $X$ wie in Beispiel 6.1 (Seite 275) auf $[a, b]$ gleichverteilt. Dann ist

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,f(x)\,dx = \int_a^b x\,\frac{1}{b-a}\,dx = \frac{1}{b-a}\left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right) = \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)}\,,$$

also

$$E(X) = \frac{a+b}{2}\,.$$

Dieses Ergebnis hätten wir auch ohne Integration aus der Symmterieeigenschaft erhalten können: Der Mittelpunkt $(a+b)/2$ des Intervalls $[a, b]$ ist Symmetriepunkt der Gleichverteilung.